R A N - 2 0 0 3 0 0 0 2 0 5 0 2 0 1 1 4

# RAN-2003000205020114

## T.Y.B.Sc. (Sem.-V) Examination March - 2023

## Paper - 504, Statistical Inference-II

**સૂચના : / Instructions**

(1) નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
**Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book**

Name of the Examination:

☛ **T.Y.B.Sc. (Sem.-V)**

Name of the Subject :

☛ **Paper - 504, Statistical Inference-II**

Subject Code No.: **2003000205020114**

Seat No.:

Student's Signature

(2) Answer the following questions.

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલકયુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે

**Q. 1. Answer the following** **(8)**

**નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

(i) If (30, 40, 50, 60, 70) is a random sample drawn from a p.d.f

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} \quad x \geq 0$$
$$= 0 \quad e.w.$$

Then find the maximum likelihood estimator of $\theta$.

જો (30, 40, 50, 60, 70) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, x \geq 0$$
$$= 0 \quad e.w.$$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદચ્છ નિદર્શ હોય તો $\theta$ નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવો.

(ii) If (0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9) is a random sample drawn from a p.d.f.

$f(x,\theta) = (\theta + 2)\, x^{\theta+1} \qquad 0 < x < 1,$

$\quad = 0 \qquad e.w.$

Then find estimator of $\theta$ by method of moment.

જો (0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9) એ સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$f(x,\theta) = (\theta + 2)\, x^{\theta+1} \qquad 0 < x < 1,$

$\quad = 0 \qquad e.w.$

માંથી મેળવેલ અવલોકનોનો યદચ્છ નિદર્શ હોય તો $\theta$ નો આગણનકાર પ્રઘાતોની રીતે મેળવો.

(iii) If two random samples of size 10 and 15 are drawn from $N(\mu_1, \sigma^2_1)$ and $N(\mu_2, \sigma^2_2)$ yields $\bar{x}_1 = 50$, $\bar{x}_2 = 60$, $S_1 = 6.1$, $S_2 = 4.5$ then find the value of pivotal quantity for testing the hypothesis $\mu_1 = \mu_2$.

જો 10 અને 15 એકમોના બે યદચ્છ નિદર્શો $N(\mu_1, \sigma^2_1)$ અને $N(\mu_2, \sigma^2_2)$માંથી મેળવેલ હોય અને તે $\bar{x}_1 = 50$, $\bar{x}_2 = 60$, $S_1 = 6.1$, $S_2 = 4.5$ પ્રાપ્ત કરતો હોય તો પરિકલ્પના $\mu_1 = \mu_2$ પરિક્ષણ માટેની પીવોટલ કવોન્ટીટીની કિંમત મેળવો.

(iv) If a random sample of size 5 is taken from a normal population yields $\bar{x} = 36.8$, $S = 2.8$ then find 90% confidence interval for population mean $\mu$.

5 કદનો યદચ્છ નિદર્શ પ્રમાણ્ય સમષ્ટિમાંથી મેળવવામાં આવ્યો હોય અને તે $\bar{x} = 36.8$, $S = 2.8$ મેળવે છે તો સમષ્ટિ મધ્યક $\mu$ માટે 90% વિશ્વાસનીય સીમા મેળવો.

**Q. 2.** (a) **ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.**

**Attempt any one.** **(5)**

(i) Estimate $\theta$ using method of moment for the following probability distribution.

(1) $f(x, \theta) = \dfrac{\alpha^P}{\Gamma P} e^{-\alpha x} x^{p-1}; \quad 0 < x < \infty, \alpha > 0, P > 0, \theta = (\alpha, p)$

(2) $f(x, \theta) = \theta x_i^{\theta-1}; \quad 0 < x_i < 1, \theta > 0$

નીચેનાં વિતરણમાંના પ્રચલ $\theta$ નાં આગણનકાર પ્રઘાતોની રીત વાપરીને મેળવો.

(1) $f(x, \alpha, P) = \dfrac{\alpha^P}{\Gamma P} e^{-\alpha x} x^{p-1}; \quad 0 < x < \infty, \alpha > 0, P > 0, \theta = (\alpha, p)$

(2) $f(x, \theta) = \theta x_i^{\theta-1}; \quad 0 < x_i < 1, \theta > 0$

(ii) Write detail notes on best independent linear combination of unbiased estimators.

નિરપેક્ષ અનભિનત આગણકોનું શ્રેષ્ઠ રૈખિક સંયોજન પર સવિસ્તાર નોંધ લખો.

(b) **ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.** **(10)**
**Attempt any two.**

(i) (a) If $T = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$, where $T_1$ and $T_2$ are efficient estimators with variance v, and $\rho$ is the correlation coefficient between $T_1$ and $T_2$ then prove that $V(T) = \frac{V(1+\rho)}{2}$.

જો $T = \frac{(T_1 + T_2)}{2}$ જ્યાં $T_1$ અને $T_2$ બંને દક્ષ આગણનકારો હોય અને તેમના વિચરણો V હોય અને $\rho$ એ $T_1$ અને $T_2$ વચ્ચેનો સહસબંધાક હોય તો સાબિત કરો કે $V(T) = \frac{V(1+\rho)}{2}$.

(b) If $T_1$ and $T_2$ are two unbiased estimators with same variance, e is the ratio of the variance of best estimator and the common variance. $\rho$ is the correlation coefficient between $T_1$ and $T_2$. Then show that $\rho \geq 2e - 1$.

જો $T_1$ અને $T_2$ એ બંને અનભિનત આગણનકારો સમાન વિચરણવાળા હોય અને e એ શ્રેષ્ઠ આગણનકારનું વિચરણ અને સામાન્ય વિચરણનો રેસીયો હોય અને $\rho$ એ $T_1$ અને $T_2$ વચ્ચેનો સહસબંધાક હોય તો બતાવો કે $\rho \geq 2e - 1$.

(ii) Find maximum likelihood estimators of $\theta$ for the following probability distributions.

(i) $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$ $\quad 0 < x < \theta$

(ii) $f(x, \theta) = \theta x^{\theta - 1}$ $\quad 0 < x < 1$

નીચેનાં વિતરણોમાંના પ્રચલ $\theta$ નાં મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવો.

(i) $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$ $\quad 0 < x < \theta$

(ii) $f(x, \theta) = \theta x^{\theta - 1}$ $\quad 0 < x < 1$

(iii) In usual notation prove that sample mean $\bar{x}$ is a best linear combination of independent unbiased estimators of population mean $\mu$.

પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે નિદર્શ મધ્યક $\bar{x}$ એ સમષ્ટિ મધ્યક $\mu$ નો શ્રેષ્ઠ સુરેખ અનભિનત આગણનકાર છે.

**Q-3** (a) **Attempt any <u>one.</u>** **(5)**

**ગમે તે <u>એક</u> પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.**

(i) Explain method of moment for estimation of parameter with Its limitations.

પ્રચલના આગણન માટેની પ્રઘાતની રીત તેની મર્યાદા સહિત સમજાવો.

(ii) Explain method of finding maximum likelihood estimators for group data.

મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકાર મેળવવાની રીત ગ્રુપ માહિતી માટેની પધ્ધતિ વર્ણવો.

(b) **Attempt any <u>two</u>.** **(10)**

**ગમે તે <u>બે</u> પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

(i) If $X_1, X_2, \ldots X_n$ is a random sample drawn from $N(\mu, \sigma^2)$, where both $\mu$ and $\sigma$ are unknown then find 100(l–α)% confidence interval for parameter $\sigma^2$.

જો $X_1, X_2, \ldots X_n$ એ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી મેળવેલ યદચ્છ નિદર્શ હોય અને $\mu$ અને $\sigma$ બંને અજ્ઞાત હોય તો $\sigma^2$ માટે 100(l–α)% વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો.

(ii) If $X_1, X_2, \ldots X_n$ is a random sample drawn from $N(\mu, \sigma^2)$, where both $\mu$ and $\sigma$ are unknown then find 100(l–α)% confidence interval for parameter $\mu$.

જો $X_1, X_2, \ldots X_n$ એ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી મેળવેલ યદચ્છ નિદર્શ હોય અને $\mu$ અને $\sigma$ બંને અજ્ઞાત હોય તો $\mu$ માટે 100(l–α)% વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવો.

(iii) Explain the method of maximum likelihood estimation for the estimation of parameters.

પ્રચલના આગણન માટેની મહત્તમ વિસંભાવનાની પધ્ધતિ સમજાવો.

**Q-4** **Answer any <u>two</u> of the following questions** **(12)**

**ગમે તે <u>બે</u> પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.**

(i) Obtain the properties of maximum likelihood estimator.

મહત્તમ વિસંભાવના આગણનકારના ગુણધર્મો જણાવો.

(ii) Obtain estimator of $\underset{\sim}{\beta}$ using least square method for $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{e}$. Show that the estimator of $\underset{\sim}{\beta}$ is an unbiased estimator of $\underset{\sim}{\beta}$ also find its variance.

ન્યુનતમ વર્ગની રીતે $\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{e}$. માટે $\underset{\sim}{\beta}$ નો આગણન કાર મેળવો અને $\underset{\sim}{\beta}$ નો આગણનકાર એ $\underset{\sim}{\beta}$ નો અનભિતત આગણનકાર થાય એમ બતાવો તથા તેનું વિચરણ પણ મેળવો.

(iii) Explain the method of finding confidence interval based on large sample.

ગુરુ નિદર્શ પર આધારિત વિશ્વાસનીય અંતરાલ મેળવવાની પધ્ધતિ વર્ણવો.

---